物理問題　I

(1)

$\boxed{\text{ア}}$ $\dfrac{v_1}{t_1}$　$\boxed{\text{イ}}$ $\dfrac{Mv_1}{t_1}+\mu'(F_p+Mg\cos\beta)$　$\boxed{\text{ウ}}$ $\dfrac{Mv_1^{\ 2}+\mu' v_1 t_1(F_p+Mg\cos\beta)}{2}$

$\boxed{\text{エ}}$ $\dfrac{Mv_1^{\ 2}}{2\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}$　$\boxed{\text{オ}}$ $t_2+\dfrac{Mv_1}{\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}$

解説

ワイパーの移動方向を正とする。

$\boxed{\text{イ}}$

ワイパーに加えた水平方向の力をFとすると，

ワイパーはFと動摩擦力を受けて運動するから，

その運動方程式は$F-\mu'(F_p+Mg\cos\beta)=M\cdot\dfrac{v_1}{t_1}$　$\therefore F=\dfrac{Mv_1}{t_1}+\mu'(F_p+Mg\cos\beta)$

$\boxed{\text{ウ}}$

ワイパーの変位をl_1とすると，$v_1^{\ 2}-0=2\cdot\dfrac{v_1}{t_1}\cdot l_1$　$\therefore l_1=\dfrac{v_1 t_1}{2}$

よって，求める仕事は

$$F\cdot\frac{v_1 t_1}{2}=\left\{M\cdot\frac{v_1}{t_1}+\mu'(F_p+Mg\cos\beta)\right\}\cdot\frac{v_1 t_1}{2}=\frac{Mv_1^{\ 2}+\mu' v_1 t_1(F_p+Mg\cos\beta)}{2}$$

$\boxed{\text{エ}}$

加速度をaとすると，

ワイパーの運動方程式は$-\mu'(F_p+Mg\cos\beta)=Ma$　$\therefore a=\dfrac{\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}{M}$　・・・①

また，ワイパーの変位をl_2とすると，$0-v_1^{\ 2}=2\cdot a\cdot l_2$　$\therefore l_2=-\dfrac{v_1^{\ 2}}{2a}$　・・・②

①，②より，$l_2=\dfrac{Mv_1^{\ 2}}{2\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}$

$\boxed{\text{オ}}$

時刻t_2から静止するまで要した時間をΔtとすると，$v_1-a\Delta t=0$より，$\Delta t=\dfrac{v_1}{a}$

よって，静止時刻は$t_2+\Delta t=t_2+\dfrac{v_1}{a}=t_2+\dfrac{Mv_1}{\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}$

問 1

運動方向に大きさ F の力を加えたときワイパーが加速度 $\frac{v_1'}{t_1'}$ で運動するとき，

その運動方程式は $F-\mu'\left(F_p+Mg\cos\beta\right)=M\cdot\frac{v_1'}{t_1'}$

$\therefore F=M\cdot\frac{v_1'}{t_1'}+\mu'\left(F_p+Mg\cos\beta\right)$ ・・・①

また，ワイパーが動き出すためには，F が最大摩擦力より大きいことが必要だから，
$F>\mu\left(F_p+Mg\cos\beta\right)$ ・・・②

①，②より，$M\cdot\frac{v_1'}{t_1'}+\mu'\left(F_p+Mg\cos\beta\right)>\mu\left(F_p+Mg\cos\beta\right)$

よって，$\frac{v_1'}{t_1'}>\frac{(\mu-\mu')\left(F_p+Mg\cos\beta\right)}{M}$ ・・・(答)

問 2

時刻 0 から t_1 までに水平方向の力のワイパーにする仕事の大きさを W_1，
動摩擦力のワイパーにする仕事の大きさを W_2 とすると，

エネルギー保存則より，$0+W_1-W_2=\frac{1}{2}Mv_1^2$ $\therefore W_1=W_2+\frac{1}{2}Mv_1^2$

よって，W_1 が最小となるのは，W_2 が最小となるときである。
W_2 すなわち動摩擦力のワイパーにする仕事の大きさは，
ワイパーの移動距離を s とすると，$W_2=\mu'\left(F_p+Mg\cos\beta\right)\cdot s$ であり，
動摩擦力の大きさ $\mu'\left(F_p+Mg\cos\beta\right)$ は一定だから，
W_2 が最小になるのは s が最小となるときである。
$v-t$ グラフの面積は移動距離を表すから，s が最小となるのは d である。
ゆえに，水平方向の力のワイパーにする仕事の大きさが最小となるのは d である。

(2)

$\boxed{\text{カ}}$ $\dfrac{(M+ns)v_1}{t_1}+\mu'\left\{F_p+(M+ns)g\cos\beta\right\}$ $\boxed{\text{キ}}$ $n{v_1}^2$

$\boxed{\text{ク}}$ $n{v_1}^2+\mu'\left[F_p+\{M+m_1+mv_1(t-t_1)\}g\cos\beta\right]$

解説

$\boxed{\text{カ}}$

時刻tにおけるワイパーの質量は$M+ns$としてよいので，
その時刻におけるワイパーの運動方程式は，
ワイパーに加えた水平方向の力をFとすると，

$$F-\mu'\left\{F_p+(M+ns)g\cos\beta\right\}=(M+ns)\cdot\frac{v_1}{t_1}\qquad \therefore F=\frac{(M+ns)v_1}{t_1}+\mu'\left\{F_p+(M+ns)g\cos\beta\right\}$$

$\boxed{\text{キ}}$

$$\{M+m_1+nv_1(t+\Delta t-t_1)\}v_1-\{M+m_1+nv_1(t-t_1)\}v_1=n{v_1}^2\times\Delta t$$

$\boxed{\text{ク}}$

時刻tにおける動摩擦力の大きさは$\mu'\left[F_p+\{M+m_1+mv_1(t-t_1)\}g\cos\beta\right]$
時刻tにおいてワイパーに加えるべき水平方向の力をFとすると，

水平方向の合力が$n{v_1}^2$だから，$n{v_1}^2=F-\mu'\left[F_p+\{M+m_1+mv_1(t-t_1)\}g\cos\beta\right]$

$$\therefore F=n{v_1}^2+\mu'\left[F_p+\{M+m_1+mv_1(t-t_1)\}g\cos\beta\right]$$

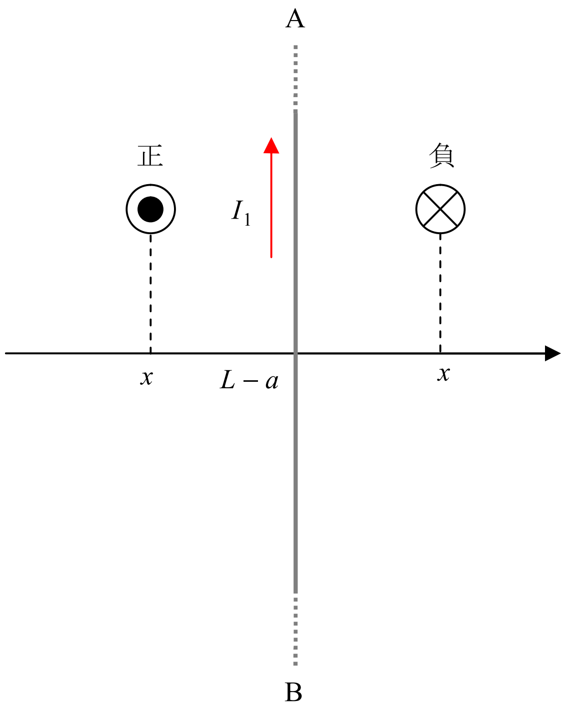
物理問題　Ⅱ

(1)

$\boxed{イ}$ $\dfrac{I_1}{2\pi(L-a-x)}$　$\boxed{ロ}$ $\dfrac{aI_1}{\pi(L-a-x)(L+a-x)}$

解説

$\boxed{イ}$



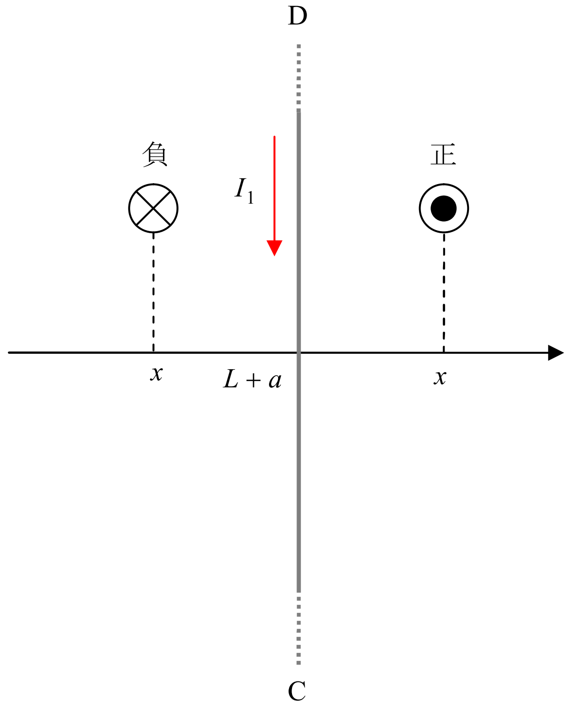
導線 AB がつくる磁界を H_{L-a} とすると，$\left|H_{L-a}\right| = \dfrac{I_1}{2\pi\left|x-(L-a)\right|}$

これと，$x > L-a$ すなわち $x-L+a>0$ のとき $H_{L-a}<0$，

$x<L-a$ すなわち $x-L+a<0$ のとき $H_{L-a}>0$ より，

$$H_{L-a} = \frac{I_1}{2\pi(L-a-x)}$$

ロ



同様に，$\left|H_{L+a}\right| = \dfrac{I_1}{2\pi\left|x-(L+a)\right|}$

これと，$x > L+a$ すなわち $x-L-a>0$ のとき $H_{L+a}>0$，

$x < L+a$ すなわち $x-L-a<0$ のとき $H_{L+a}<0$ より，

$$H_{L+a} = \frac{I_1}{2\pi(x-L-a)} = -\frac{I_1}{2\pi(L+a-x)}$$

よって，

$$H_{L-a}+H_{L+a} = \frac{I_1}{2\pi}\left(\frac{1}{L-a-x}-\frac{1}{L+a-x}\right) = \frac{aI_1}{\pi(L-a-x)(L+a-x)}$$

(2)

$\boxed{\text{ハ}}$ $\dfrac{I_1}{2\pi(L-a)}\left(1+\dfrac{x}{L-a}\right)$ $\boxed{\text{ニ}}$ $\dfrac{aI_1}{\pi(L^2-a^2)}\left(1+\dfrac{2Lx}{L^2-a^2}\right)$ $\boxed{\text{ホ}}$ $\dfrac{4\mu_0 ab^2 I_1}{\pi(L^2-a^2)}$ $\boxed{\text{ヘ}}$ $\dfrac{4\mu_0 ab^2}{\pi(L^2-a^2)}$

解説

$\boxed{\text{ハ}}$

$$
\begin{aligned}
H_{L-a} &= \frac{I_1}{2\pi(L-a-x)} \\
&= \frac{I_1}{2\pi(L-a)\left(1-\dfrac{x}{L-a}\right)} \\
&= \frac{I_1}{2\pi(L-a)}\frac{1}{1-\dfrac{x}{L-a}} \\
&\approx \frac{I_1}{2\pi(L-a)}\left(1+\frac{x}{L-a}\right) \quad \left(\because \left|\frac{x}{L-a}\right| << 1\right)
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{ニ}}$

同様に，導線 CD が原点近傍でつくる磁界の近似式は，

$$
\begin{aligned}
H_{L+a} &= -\frac{I_1}{2\pi(L+a-x)} \\
&= -\frac{I_1}{2\pi(L+a)\left(1-\dfrac{x}{L+a}\right)} \\
&\approx -\frac{I_1}{2\pi(L+a)}\left(1+\frac{x}{L+a}\right)
\end{aligned}
$$

よって，

$$
\begin{aligned}
\frac{I_1}{2\pi(L-a)}\left(1+\frac{x}{L-a}\right)-\frac{I_1}{2\pi(L+a)}\left(1+\frac{x}{L+a}\right) &= \frac{I_1}{2\pi}\left\{\frac{1}{L-a}+\frac{x}{(L-a)^2}-\frac{1}{L+a}-\frac{x}{(L+a)^2}\right\} \\
&= \frac{I_1}{2\pi}\left\{\frac{2a}{L^2-a^2}+\frac{4aLx}{(L^2-a^2)^2}\right\} \\
&= \frac{aI_1}{\pi(L^2-a^2)}\left(1+\frac{2Lx}{L^2-a^2}\right)
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{ホ}}$

コイル 2 の中心は $x=0$ だから，磁界は $\dfrac{aI_1}{\pi(L^2-a^2)}\left(1+\dfrac{2Lx}{L^2-a^2}\right)$ より，$\dfrac{aI_1}{\pi(L^2-a^2)}$

よって，コイル 2 の中心での磁束密度は，$\mu_0\left|\dfrac{aI_1}{\pi(L^2-a^2)}\right|=\dfrac{\mu_0 aI_1}{\pi(L^2-a^2)}$

ゆえに，磁束を Φ とすると，$\Phi=4b^2\cdot\dfrac{\mu_0 aI_1}{\pi(L^2-a^2)}=\dfrac{4\mu_0 ab^2 I_1}{\pi(L^2-a^2)}$

$\boxed{\text{ヘ}}$

誘導起電力の大きさを V とすると，

コイル 2 は 1 巻コイルだから $V=\left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$

コイル 2 の相互インダクタンスを M とすると $V=M\left|\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right|$

$\therefore \left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=M\left|\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right|$

よって，$\left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\left|\dfrac{\dfrac{4\mu_0 ab^2\Delta I}{\pi(L^2-a^2)}}{\Delta t}\right|=\dfrac{4\mu_0 ab^2}{\pi(L^2-a^2)}\left|\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ より，$M=\dfrac{4\mu_0 ab^2}{\pi(L^2-a^2)}$

(3)

$\boxed{\text{ト}}$ $\dfrac{4\mu_0 ab^2 I_1}{\pi(L^2-a^2)}\left(1+\dfrac{2Lvt}{L^2-a^2}\right)$ $\boxed{\text{チ}}$ $-\dfrac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi R(L^2-a^2)^2}$ $\boxed{\text{リ}}$ $\dfrac{1}{R}\left\{\dfrac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi(L^2-a^2)^2}\right\}^2$

解説

$\boxed{\text{ト}}$

$\dfrac{aI_1}{\pi(L^2-a^2)}\left(1+\dfrac{2Lx}{L^2-a^2}\right)$ の $x=vt$ の場合だから，

$$\Phi=4b^2\cdot\mu_0\cdot\frac{aI_1}{\pi(L^2-a^2)}\left(1+\frac{2Lvt}{L^2-a^2}\right)=\frac{4\mu_0 ab^2 I_1}{\pi(L^2-a^2)}\left(1+\frac{2Lvt}{L^2-a^2}\right)$$

$\boxed{\text{チ}}$

コイル 1 がつくるコイル 2 を貫く磁束は紙面裏から表に向かう向きであり，
コイル 2 がコイル 1 に近づくとそれが増加する。
よって，コイル 2 に発生する誘導電流の向きは，レンツの法則より，EHGF の向き，
すなわち負の向きである。

したがって，誘導起電力の大きさを V，誘導電流を I とすると，$I=-\dfrac{V}{R}$ となる。

そこで，誘導起電力の大きさVを微分記号を用いて求めると，

$$V=\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$$ より，

$$V=\left|\frac{d}{dt}\left\{\frac{4\mu_0 ab^2 I_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)}\left(1+\frac{2Lvt}{L^2-a^2}\right)\right\}\right|$$
$$=\left|\frac{4\mu_0 ab^2 I_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)}\cdot\frac{2Lv}{L^2-a^2}\right|$$
$$=\left|\frac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}\right|$$
$$=\frac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}$$

よって，コイル 2 を流れる誘導電流は$-\dfrac{V}{R}=-\dfrac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi R\left(L^2-a^2\right)^2}$

リ

$$I^2R=\left\{\frac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi R\left(L^2-a^2\right)^2}\right\}^2=\frac{1}{R}\left\{\frac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}\right\}^2$$

問 1

導線 GH 部分が受ける電磁力の大きさと向き

導線 GH の位置は$x=vt+b$で表せるから，

その位置の磁束密度は$\dfrac{\mu_0 aI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)}\left(1+\dfrac{2L(vt+b)}{L^2-a^2}\right)$

よって，導線 GH が受ける電磁力の大きさをF_{GH}とすると，

$$F_{\mathrm{GH}}=|I|\cdot\frac{\mu_0 aI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)}\left(1+\frac{2L(vt+b)}{L^2-a^2}\right)\cdot 2b=\frac{2\mu_0 abI_i|I|}{\pi\left(L^2-a^2\right)}\left(1+\frac{2L(vt+b)}{L^2-a^2}\right)$$

また，その向きは，フレミング左手の法則より，x軸負の向きである。

導線 EF 部分が受ける電磁力の大きさと向き

同様にして，導線 EF 部分が受ける電磁力の大きさをF_{EF}とすると，

$$F_{\mathrm{EF}}=\frac{2\mu_0 abI_i|I|}{\pi\left(L^2-a^2\right)}\left(1+\frac{2L(vt-b)}{L^2-a^2}\right)$$ となり，

その向きは，フレミング左手の法則より，x軸正の向きである。

2 つの電磁力の合力の大きさと向き

$F_{\mathrm{GH}}>F_{\mathrm{EF}}$より，合力の大きさは$F_{\mathrm{GH}}-F_{\mathrm{EF}}$で，その向きは$x$軸負の向きである。

合力の大きさ $F_{\mathrm{GH}}-F_{\mathrm{EF}}$ は，

$$
\begin{aligned}
F_{\mathrm{GH}}-F_{\mathrm{EF}} &= \frac{2\mu_0 abI_1(I)}{\pi\left(L^2-a^2\right)}\cdot\frac{4Lb}{L^2-a^2}\\
&= \frac{8\mu_0 ab^2 LI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}\cdot|I|\\
&= \frac{8\mu_0 ab^2 LI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}\cdot\frac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi R\left(L^2-a^2\right)^2}\\
&= \frac{v}{R}\left\{\frac{8\mu_0 ab^2 LI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}\right\}^2
\end{aligned}
$$

となる。

合力の大きさ $F_{\mathrm{GH}}-F_{\mathrm{EF}}$ の別解

エネルギー保存則より，コイル 2 は大きさは $F_{\mathrm{GH}}-F_{\mathrm{EF}}$ の外力を受けて

x 軸正方向に一定の速さ v で動いている。

外力はコイルの速さに変化を与えないが，

電磁誘導による回路のジュール熱の原因となる。

よって，外力がした仕事はすべてジュール熱が発生に使われたとしてよい。

単位時間に発生するジュール熱は $\boxed{\text{リ}}$ より，$\dfrac{1}{R}\left\{\dfrac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}\right\}^2$

単位時間に外力がする仕事は $\left(F_{\mathrm{GH}}-F_{\mathrm{EF}}\right)v$

よって，$\left(F_{\mathrm{GH}}-F_{\mathrm{EF}}\right)v=\dfrac{1}{R}\left\{\dfrac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}\right\}^2$

$$
\begin{aligned}
\therefore F_{\mathrm{GH}}-F_{\mathrm{EF}} &= \frac{1}{Rv}\left\{\frac{8\mu_0 ab^2 LvI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}\right\}^2\\
&= \frac{v}{R}\left\{\frac{8\mu_0 ab^2 LI_1}{\pi\left(L^2-a^2\right)^2}\right\}^2
\end{aligned}
$$

物理問題　Ⅲ

(1-1)

$\boxed{\text{あ}}$ $T_0\left(1+\dfrac{F}{p_0S}\right)$　$\boxed{\text{い}}$ $\dfrac{3FRT_0}{2p_0S}$

解説

$\boxed{\text{あ}}$

動き出す直前（状態 B）の容器内部の圧力を P_{B} とすると，

栓に働く力のつり合いより，$P_{\mathrm{B}}S = F + p_0S \quad \therefore P_{\mathrm{B}} = p_0 + \dfrac{F}{S}$

状態 A から状態 B への変化において体積が一定だから，

1mol の理想気体の状態方程式 $PV = RT$ について，$\dfrac{T}{P} =$ 一定が成り立つ。

よって，状態 B の温度を T_{B} とすると，$\dfrac{T_{\mathrm{B}}}{P_{\mathrm{B}}} = \dfrac{T_0}{p_0}$

$$
\begin{aligned}
\therefore T_{\mathrm{B}} &= \frac{T_0}{p_0}P_{\mathrm{B}} \\
&= \frac{T_0}{p_0}\left(p_0 + \frac{F}{S}\right) \\
&= T_0\left(1+\frac{F}{p_0S}\right)
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{い}}$

要した熱量を Q_{AB} とすると，単原子分子の理想気体の定積変化より，

$$
\begin{aligned}
Q_{\mathrm{AB}} &= \frac{3}{2}R(T_{\mathrm{B}} - T_0) \\
&= \frac{3}{2}R\left\{T_0\left(1+\frac{F}{p_0S}\right) - T_0\right\} \\
&= \frac{3RFT_0}{2p_0S}
\end{aligned}
$$

(1-2)

$\boxed{う}$ $\dfrac{21}{2}RT_0$　$\boxed{え}$ $\dfrac{35}{2}RT_0$

解説

$\boxed{う}$

状態 A の体積を V_0 とすると，状態 C の体積は $8V_0$

状態 A から状態 C への変化において圧力が常に p_0 だから，

1mol の理想気体の状態方程式 $PV = RT$ について，$\dfrac{T}{V} =$ 一定が成り立つ。

よって，状態 C の温度を T_C とすると，$\dfrac{T_C}{8V_0} = \dfrac{T_0}{V_0}$　$\therefore T_C = 8T_0$

ゆえに，内部エネルギー変化量は $\dfrac{3}{2}R(T_C - T_0) = \dfrac{3}{2}R(8T_0 - T_0) = \dfrac{21}{2}RT_0$

$\boxed{え}$

与えた熱量を Q_{AC} とすると，単原子分子の理想気体の定圧変化より，

$Q_{AC} = \dfrac{5}{2}R(T_C - T_0) = \dfrac{5}{2}R(8T_0 - T_0) = \dfrac{35}{2}RT_0$

(1-3)

$\boxed{お}$ $\dfrac{T_0}{4}$　$\boxed{か}$ $\dfrac{9}{8}RT_0$　$\boxed{き}$ $\dfrac{31}{32}p_0S$

解説

$\boxed{お}$

状態 A の体積を V_0，状態 D の圧力を P_D，温度を T_D とすると，

状態 A(p_0, V_0, T_0)，状態 D$(P_D, 8V_0, T_D)$

状態 A から状態 D への変化は単原子分子からなる理想気体の断熱変化だから，

条件より $p_0 V_0^{\frac{5}{3}} = P_D (8V_0)^{\frac{5}{3}}$　$\therefore P_D = p_0\left(\dfrac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \dfrac{p_0}{32}$

1mol の理想気体の状態方程式 $PV = RT$ について，

状態 A から状態 D への変化で $\dfrac{T}{PV} =$ 一定が成り立つから，$\dfrac{T_D}{P_D \cdot 8V_0} = \dfrac{T_0}{p_0 V_0}$

$\therefore T_D = \dfrac{8T_0 P_D}{p_0} = \dfrac{8T_0}{p_0} \cdot \dfrac{p_0}{32} = \dfrac{T_0}{4}$

$\boxed{\text{か}}$

容器の中の気体が外にした仕事を W とすると，

断熱変化の熱力学第一法則より， $0 = \Delta U + W$

$$\therefore W = -\Delta U = -\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{D}} - T_0) = -\frac{3}{2}R\left(\frac{T_0}{4} - T_0\right) = \frac{9}{8}RT_0$$

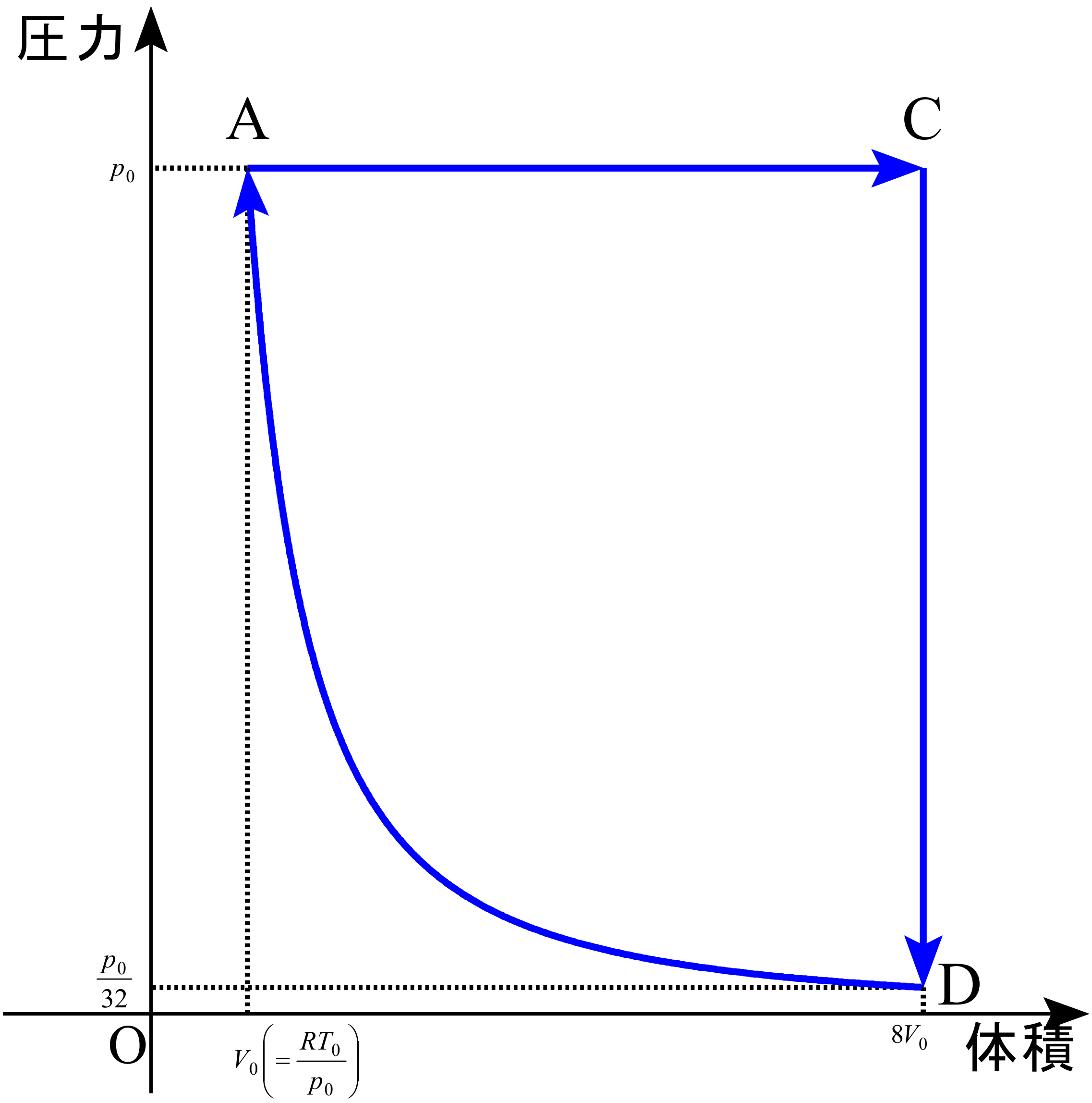
$\boxed{\text{き}}$

栓に働く静止摩擦力を f とすると，栓に働く力のつり合いの式は，

$$P_{\mathrm{D}}S + f = p_0 S \quad \therefore f = p_0 S - P_{\mathrm{D}}S = (p_0 - P_{\mathrm{D}})S = \left(p_0 - \frac{p_0}{32}\right)S = \frac{31}{32}p_0 S$$

$F > f$ だから， $F > \dfrac{31}{32}p_0 S$

問 1



系が熱を吸収するのは状態 A から状態 C への定圧過程であり，

その熱量（高熱源から得た熱量）は，$\boxed{え}$ より，$\dfrac{35}{2}RT_0$ ・・・①

容器内部の気体が外にした正の仕事は状態 A から状態 C への定圧変化のときの仕事で，

その大きさは $p_0(8V_0 - V_0) = 7p_0V_0 = 7P_0 \cdot \dfrac{RT_0}{P_0} = 7RT_0$

容器内部の気体が外からされた仕事すなわち容器内部の気体が外にした負の仕事は

状態 D から状態 A への断熱変化の仕事だから，その大きさは，$\boxed{か}$より，$\dfrac{9}{8}RT_0$

よって，容器内部の気体が外にした正味の仕事は $7RT_0 - \dfrac{9}{8}RT_0 = \dfrac{47}{8}RT_0$ ・・・②

A→C→D の 1 サイクルのエネルギーの収支を総括すると，

容器内部の気体は，①より，$\dfrac{35}{2}RT_0$ の熱エネルギーを得，

つまり，気体分子の運動エネルギーが $\dfrac{35}{2}RT_0$ となり，

②より，そのうちの $\dfrac{47}{8}RT_0$ のエネルギーを正の仕事に使ったから，

熱効率は，$\dfrac{②}{①}$ より，$\dfrac{\frac{47}{8}RT_0}{\frac{35}{2}RT_0} \approx 0.34$ ・・・(答)

(2)

$\boxed{く}$

$(p - p_0)S$

解説

ピストンに働く外力の大きさは $|p - p_0|S$

これと $p > p_0$ のとき膨張し，膨張する向きを正とするから，

ピストンの運動方程式は $ma = (p - p_0)S$

問 2

状態 A の体積を V_0，ピストンの状態 A の位置（振動中心）からの変位を Δx とすると，

容器内の気体の体積が $V_0 + S\Delta x$ のときの容器内の気体の圧力 p とすると，

断熱変化より，$p(V_0 + S\Delta x)^{\frac{5}{3}} = p_0 V_0^{\frac{5}{3}}$

$$\therefore p = p_0\left(\frac{V_0}{V_0 + S\Delta x}\right)^{\frac{5}{3}}$$

$$= p_0\left(\frac{1}{1+\dfrac{S\Delta x}{V_0}}\right)^{\frac{5}{3}}$$

$$= p_0\left(1+\frac{S\Delta x}{V_0}\right)^{-\frac{5}{3}}$$

$$\approx p_0\left(1-\frac{5S}{3V_0}\Delta x\right)$$

これより，ピストンに働く外力は,

$$(p-p_0)S = \left\{p_0\left(1-\frac{5S}{3V_0}\Delta x\right)-p_0\right\}S$$

$$= -\frac{5p_0S^2}{3V_0}\Delta x$$

これと $V_0 = \dfrac{RT_0}{p_0}$ より，$(p-p_0)S = -\dfrac{5(p_0S)^2}{3RT_0}\Delta x$

よって，運動方程式は $ma = -\dfrac{5(p_0S)^2}{3RT_0}\Delta x$

これは単振動の運動方程式を表し,

$ma = -K\Delta x$（K は比例定数）で表される単振動の周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$ で与えられるから,

求める周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{\dfrac{5(p_0S)^2}{3RT_0}}} = \dfrac{2\pi}{p_0S}\sqrt{\dfrac{3mRT_0}{5}}$ ・・・(答)

あるいは,

単振動の角振動数を ω とすると，変位 Δx と加速度 a の関係式 $a = -\omega^2\Delta x$ より,

$ma = -m\omega^2\Delta x$

これと $ma = -\dfrac{5(p_0S)^2}{3RT_0}\Delta x$ より，$\omega^2 = \dfrac{5(p_0S)^2}{3mRT_0}$

よって，周期を T とすると，$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ より，$T = \dfrac{2\pi}{p_0S}\sqrt{\dfrac{3mRT_0}{5}}$ ・・・(答)